

MÉTHODE D'EULER

Fichier : « 45-TP Euler 1_div_n.ggb »

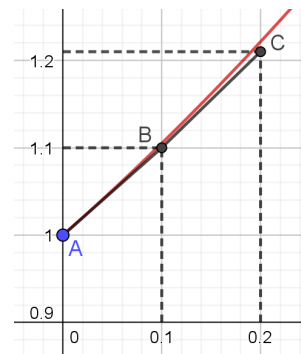
On s'intéresse à la fonction f inconnue, définie sur $]-\infty; +\infty[$ par $\begin{cases} f(0)=1 \\ f'(x)=f(x) \end{cases}$

On se propose de tracer approximativement la représentation graphique de f à l'aide de tangentes.

Équation de la tangente : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$

On peut tracer les premiers points à la main :

$f(0)=1$ donc l'équation de la tangente au point d'abscisse 0 est : $y = x + 1$
 puis l'ordonnée du point d'abscisse 0,1 sur la tangente est $\approx 1,1$ (valeur approchée de $f(0,1)$).
 L'équation de la tangente au point d'abscisse 0,1 est alors : $y = 1,1x + 0,99$
 L'ordonnée du point d'abscisse 0,2 sur cette tangente est $\approx 1,21$ (valeur approchée de $f(0,2)$).



On utilise ensuite le tableur pour générer les autres segments :

a. Dans la colonne A, on calcule les abscisses et on veut avancer par pas de $1/n$,

(la valeur de n sera saisie en B1).

Il faut donc écrire en A4 la formule : $= A3 + 1/B\$1$

Tableur

A4 $=A3 + 1 / B\$1$

	A	B	C
1	n=	1	
2	x_k	$y_k = f(x_k)$	
3	0	1	
4	1	2	

b. Dans la colonne B on calcule les ordonnées qui sont des valeurs approchées de $f(x_k)$ avec l'équation de la tangente précédente : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$

Ainsi la formule à écrire en B4 est : $= B3 + B3 (1/B\$1)$

c. On recopie ces formules jusqu'à A30 et B30.

On sélectionne la plage A30:B30 et avec un clic droit, on crée une ligne brisée : on obtient ainsi une représentation approximative de cette fonction f .

On peut prolonger le travail en écrivant un algorithme qui demande en entrée un nombre entier positif n et qui calcule en sortie une valeur approchée de $f(1)$ obtenue par la méthode d'Euler avec un pas de $1/n$.

On peut tester le programme pour $n = 100$, $n = 1\,000$ et $n = 10\,000$.